ЛЕКЦИЯ 4

4 МАГНЕТИЗМ

4.1 Магнитное поле и его свойства

Опыт показывает, что, подобно тому, как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое магнитным. Название "магнитное поле" связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием поля, создаваемого током. Это явление впервые обнаружено датским физиком Х.Эрстедом (1777 -1851).

Основное свойство магнитного поля заключается в том, что на проводники с током или постоянные магниты, находящиеся в нём, действуют силы. Чем отличается магнитное взаимодействие от электрического?

Магнитное взаимодействие не зависит от зарядов проводников, возникает только при наличии тока в проводниках и зависит от этих токов. Если заэкранировать проводящей оболочкой один из контуров с током, то магнитное взаимодействие сохраняется, в то время как на заряженное тело, находящееся внутри замкнутой металлической оболочки, действия других зарядов не наблюдается.

Электрическое поле создаётся как покоящимися, так и движущимися зарядами и действует как на покоящиеся, так и на движущиеся в нем электрические заряды. **Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно создаётся только движущимися зарядами и действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды.**

Характер воздействия поля на ток зависит от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводников и от направления тока.

Основной силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции $\vec{B}$. Физический смысл этого вектора будет рассмотрен позже, а сейчас остановимся на некоторых способах определения направления $\vec{B}$. Условились считать, что направление $\vec{B}$ магнитного поля в любой точке совпадает с направлением силы, которая действует на северный полюс бесконечно малой магнитной стрелки, помещенной в эту точку.

При исследовании магнитного поля используется также замкнутый плоский контур с током (рамка с током), размеры которого малы по сравнению с расстояниями до токов, образующих магнитное поле.

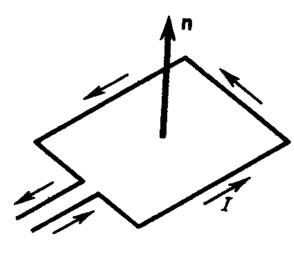

Рисунок 4.1

Ориентация контура в пространстве характеризуется направлением нормали к контуру. В качестве положительного направления нормали принимается направление, связанное с током правилом правого винта, т.е. за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке. Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие. За направление $\vec{B}$ магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке с током (рисунок 4.1).

Правило правой руки: Если мысленно обхватить провод с током правой рукой так, чтобы большой палец показывал направление тока, то согнутые пальцы (обхватывающие провод) покажут направление поля.

Так как магнитное поле является силовым, то его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью линий магнитной индукции (силовых линий). Это линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\vec{B}$ в этой точке. Их направление задаётся правилом правого винта. Для прямолинейного тока: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции. Для кругового тока: если поступательное движение винта совпадает с направлением тока, то направление вращения его головки указывает направление силовых линий.

Линии магнитной индукции всегда замкнуты и охватывают проводники с током (рисунок 4.2**).** Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые имеют начало – положительные заряды, и конец – отрицательные заряды, т.е. являются разомкнутыми. Замкнутость силовых линий магнитного поля говорит о том, что **магнитное поле является вихревым** (сравнить: электрическое поле – потенциальное). Это фундаментальное свойство магнитного поля, проявление того, что **свободных магнитных зарядов в природе не существует.**

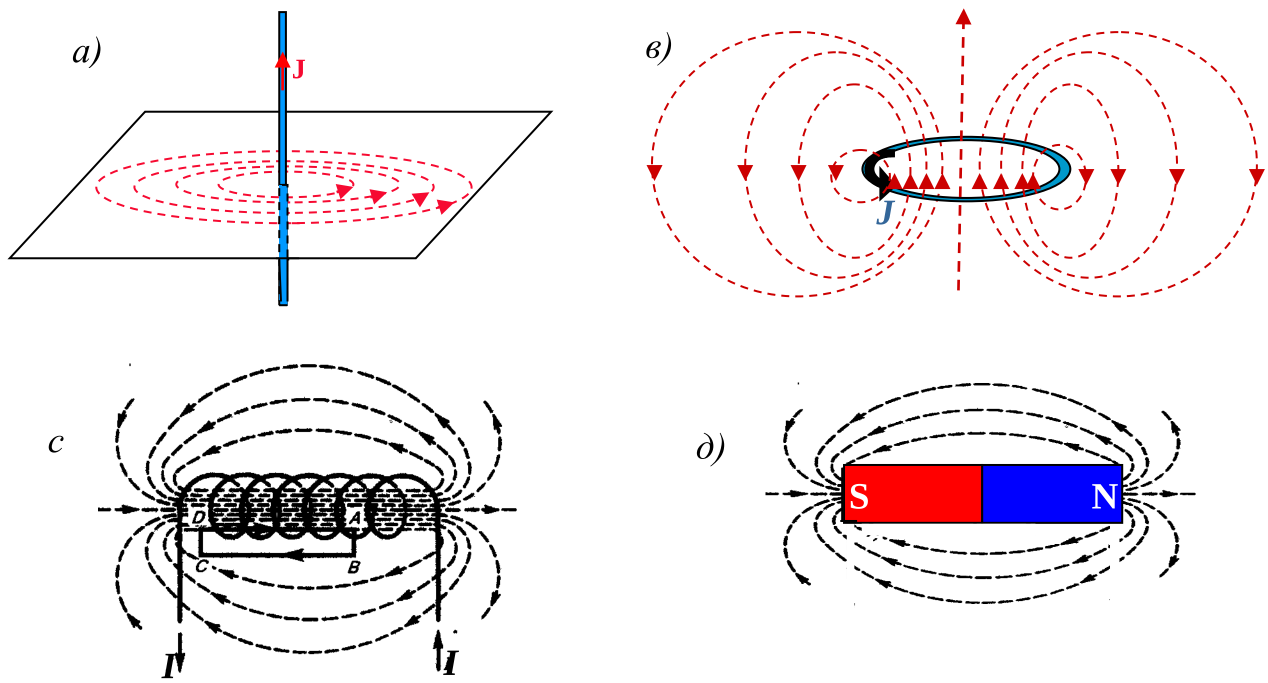

Рисунок 4.2

Силовые линии магнитного поля: *а*) прямолинейного тока;
б) кругового тока; *с*) соленоида с током; *д*) полосового магнита.

Линии индукции магнитного поля, также как и электрического, нигде не пересекаются. Подобно линиям напряжённости электрического поля, линии индукции магнитного поля прочерчиваются с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единицу поверхности, перпендикулярной к ним, было равно (или пропорционально) индукции магнитного поля в данном месте. Поэтому, изображая линии индукции, можно наглядно представить, как меняется в пространстве индукция магнитного поля по модулю и направлению.

Магнитное поле, в котором вектор В всюду имеет одно и то же значение и одинаковое направление, называется однородным. В таком поле линии $\vec{B}$ представляют собой параллельные прямые.

Аналогия магнитных полей катушки с током и полосового магнита (рисунок 2 (*с*) и (*д*)) позволили французскому физику А.Амперу (1775 - 1836) предположить, что в любом теле существуют круговые микроскопические токи. Позже было установлено, что эти микротоки обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Микроскопические молекулярные токи создают своё магнитное поле и могут поворачиваться в магнитном поле макротоков.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми макро- и микротоками, т.е. при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор $\vec{B}$ в различных средах будет иметь различные значения.

Магнитное поле макротоков описывается вектором напряженности $\vec{H}$. Для однородной изотропной среды

$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \qquad (4.1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$Гн/м - магнитная постоянная; μ - магнитная проницаемость среды (безразмерная величина), показывающая во сколько раз магнитное поле макротоков Н изменяется за счет поля микротоков среды. Другими словами, магнитная проницаемость среды μ показывает, во сколько раз поле в среде отличается от поля в вакууме.

4.2 Закон Био-Савара-Лапласа

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж.Био (1774-1862) и Ф.Саваром (1791-1841). Результаты этих опытов были обобщены французским математиком П.Лапласом, который предположил, что для магнитного поля, так же как и электрического, справедлив принцип суперпозиции: поле $\vec{B}$, порождаемое несколькими движущимися зарядами (токами), равно векторной сумме полей $\vec{B}$, порождаемых каждым зарядом (током) в отдельности.

Закон Био-Савара-Лапласа для проводника с током I, элемент которого $d\vec{l}$ создает в некоторой точке А индукцию поля $d\vec{B}$, записывается в виде:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \qquad (4.2)$$

где $d\vec{l}$ - вектор, по модулю равный длине элемента проводника и совпадающий по направлению с током; $\vec{r}$ - радиус-вектор, проведенный из элемента $d\vec{l}$ проводника в точку А поля, в которой определяется $d\vec{B}$, r – модуль радиуса-вектора. Направление $d\vec{B}$ перпендикулярно $d\vec{l}$ и $\vec{r}$, т.е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции (правило буравчика), рис 4.3.

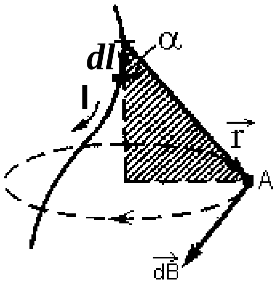

Рисунок 4.3

Модуль вектора $d\vec{B}$:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin\alpha. \qquad (4.3)$$

Закон Био-Савара-Лапласа для вектора напряжённости магнитного поля, согласно формуле (4.1), имеет вид:

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \qquad (4.4)$$

$$dH = \frac{1}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin\alpha. \qquad (4.5)$$

Единицей вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$ в СИ является Тесла (Тл):

$$1 \text{ Тл} = 1 \text{ Н/(А} \cdot \text{м)}.$$

Единица вектора напряжённости магнитного поля $\vec{H}$ - Ампер/метр (А/м).

Величина магнитного поля, создаваемого проводником произвольной длины, согласно принципу суперпозиции, определится как векторная сумма магнитных полей, создаваемых элементами *dl* проводника с током:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$

$$\vec{H} = \int d\vec{H} \qquad (4.6)$$

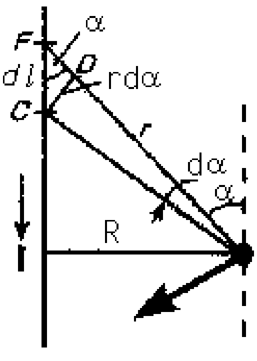

Рисунок 4.4

4.3 Магнитное поле прямого тока

В качестве примера применения закона Био-Савара-Лапласа и принципа суперпозиции к расчёту магнитных полей рассмотрим магнитное поле прямого тока – тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины. В произвольной точке А, удаленной от оси проводника на расстояние R, векторы $d\vec{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа “к нам”, (см. рис. 4.4). Поэтому сложение векторов $d\vec{B}$ можно заменить сложением их модулей. В качестве переменной интегрирования выберем угол α, выразив через него все остальные величины.

$$r = \frac{R}{\sin\alpha}; \quad dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha}; \quad dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R}\sin\alpha d\alpha;$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R}\int_0^{\pi} \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu \mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I}{R}.$$

$$B = \frac{\mu \mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I}{R}; \tag{4.7}$$

$$H = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{2I}{R} \tag{4.8}$$

4.4 Закон Ампера

В 1820 г Андре Ампер установил выражение для силы, действующей на отдельный элемент тока. Он установил, что сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент проводника с током $d\vec{l}$, находящийся в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, равна:

$$d\vec{F} = I\,[d\vec{l}, \vec{B}] \tag{4.9}$$

Если вектор $\vec{B}$ параллелен току, то магнитное поле не оказывает никакого действия на ток. Формула (9) получила название закона Ампера. Модуль силы Ампера

$$dF = IBdl\sin\alpha, \tag{4.10}$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Направление силы Ампера находится по правилу векторного произведения (правого винта): $d\vec{F}$ перпендикулярен плоскости векторов $d\vec{l}$ и $\vec{B}$, и направлен так, что, если головку винта вращать от вектора $d\vec{l}$ к вектору $\vec{B}$, то поступательное движение винта укажет направление $\vec{F}$ (рис.4.5).

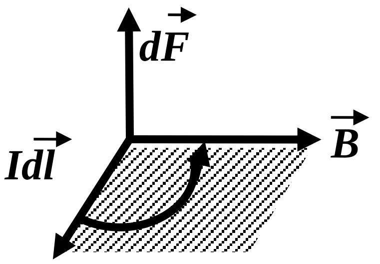

Рисунок 4.5

Можно также воспользоваться правилом левой руки: если левую руку расположить так, чтобы перпендикулярная к проводнику составляющая вектора магнитной индукции $\vec{B}$ входила в ладонь, а четыре вытянутых пальца были направлены по направлению тока, то отогнутый на 90^0 большой палец покажет направление силы, действующей на отрезок проводника.

Для прямолинейного проводника с током в однородном магнитном поле закон Ампера примет вид:

$$F = IBl\sin\alpha \tag{4.11}$$

Закон Ампера позволяет определить физический смысл вектора $\vec{B}$:

$$B = \frac{dF}{Idl\sin\alpha} \tag{4.12}$$

Из формулы (4.12) следует: **вектор индукции магнитного поля это физическая величина, численно равная силе, действующей на единицу длины перпендикулярного полю проводника с током 1А.**

4.5 Рамка с током в магнитном поле

Рамкой с током можно воспользоваться не только для определения направления $\vec{B}$, но и для количественного описания магнитного поля. Рассмотрим рамку с током I в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$. В начальном положении нормаль к плоскости рамки $\vec{n}$ перпендикулярна $\vec{B}$ (рисунок 4.6). На рамку с током в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент $\vec{M}$ зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки:

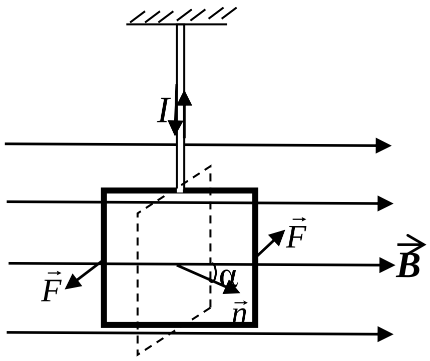

Рисунок 4.6

$$\vec{M} = [\,\vec{p}_m \vec{B}\,], \tag{4.13}$$

или по модулю

$$M = p_m B \sin\alpha\,, \tag{4.14}$$

где B - вектор магнитной индукции, являющийся количественной характеристикой магнитного поля, $\vec{p}_m$ - вектор магнитного момента рамки с током. Для плоского контура с током:

$$\vec{p}_m = I\,S\,\vec{n}\,, \tag{4.15}$$

где S - площадь поверхности контура (рамки), $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к рамке. Направление $\vec{p}_m$ совпадает с направлением положительной нормали к контуру.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение M_{max}/p_m ($M_{мах}$ - максимальный вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля. Согласно выражению (4.14), при $p_m \perp B M_{мах} = p_m B$ и

$$B = M_{мах}/p_m.$$

Таким образом, физический смысл вектора индукции магнитного поля можно определить следующим образом:

магнитная индукция в данной точке однородного магнитного поля это физическая величина, численно равная вращающему моменту, действующему на рамку с единичным магнитным моментом, ориентированным перпендикулярно к направлению поля.

4.6 Действие магнитного поля на движущийся заряд. Сила Лоренца.

Магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле.

Силу, действующую со стороны магнитного поля на заряженную частицу, движущуюся со скоростью υ, называют силой Лоренца (в честь голландского физика), она вычисляется по формуле:

$$\vec{F}_л = q[\vec{\upsilon}\vec{B}], \qquad (4.16)$$

модуль силы Лоренца:

$$F_л = |q|\upsilon B\sin\alpha. \qquad (4.17)$$

Направление силы Лоренца находится с помощью правила буравчика, т.е.

Рисунок 4.7

правила векторного произведения (см. п.7.4), с учётом знака заряда: $\vec{F}_л$ перпендикулярна плоскости векторов $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$ и:

1) $\vec{F}_л \uparrow\uparrow [\vec{\upsilon}\vec{B}]$, если q > 0 (рисунок 4.7 *а*);

2) $\vec{F}_л \uparrow\uparrow \left[\vec{B}\vec{\upsilon}\right]$, если q < 0 (рисунок 4.7 *в*).

Формула (4.17) позволяет дать ещё одно определение физического смысла вектора индукции магнитного поля:

$$B = \frac{F_л}{|q|\upsilon\ \sin\alpha}. \qquad (4.18)$$

Согласно этому выражению: **вектор индукции магнитного поля – физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный заряд, движущийся перпендикулярно полю с единичной скоростью.**

Так как сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы, то она не совершает работу. Это означает, что сила Лоренца не меняет кинетическую энергию частицы и, следовательно, модуль ее скорости. Под действием силы Лоренца меняется лишь направление движения частицы, т.е. сила Лоренца играет роль центростремительной силы.

Из формулы (4.17) следует, что величина силы Лоренца зависит от угла α между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. Проанализируем эту зависимость.

1) Если заряженная частица влетает в магнитное поле вдоль силовых линий ($\vec{\upsilon} \uparrow\uparrow \vec{B}$), то $F_л = 0$, и заряд движется по инерции, т.е. прямолинейно и равномерно.

2) Если частица влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору индукции ($\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$), то $F_л = const$ и принимает максимальное значение:

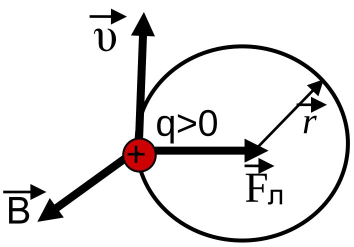

Рисунок 4.8

$$F_л = |q|\upsilon B$$

При этом $F_л$ равна центростремительной силе и частица равномерно движется по окружности радиуса *r* (рисунок 4.8):

$$F_л = F_{цс}, \quad |q|\upsilon B = m\upsilon^2/r \qquad (4.19)$$

Из формулы (4.19) можно получить выражение для расчёта радиуса траектории движения заряда:

$$r = m\upsilon/qB. \qquad (4.20)$$

Из формулы (4.20) следует, что при увеличении скорости частицы увеличивается и радиус окружности, которую она описывает в магнитном поле.

Период вращения заряда это время, в течение которого заряженная частица описывает полную окружность, т.е. проходит путь 2πr:

$$T = 2\pi r/\upsilon$$

Так как из формулы (4.20) $\upsilon = B\cdot q\cdot r\ /\ m$, то получаем:

$$T = \frac{2\pi r m}{Bqr} = \frac{2\pi m}{qB}. \qquad (4.21)$$

Из этой формулы видно, что период не зависит от радиуса окружности, описываемой заряженной частицей.

3) Если заряд влетает в магнитное поле под углом $0 < \alpha < 90^o$, то скорость заряда можно разложить на две составляющие, одна из которых $\upsilon_{||}$ направлена вдоль поля, другая - $\upsilon_{\perp}$ - направлена перпендикулярно полю. При движении вдоль поля $F_л = 0$, следовательно, наличие составляющей скорости $\upsilon_{||}$ вызывает равномерное движение заряда вдоль поля. Благодаря составляющей скорости $\upsilon_{\perp}$, заряд движется под действием силы Лоренца по окружности. Таким образом, **траектория результирующего движения заряда в магнитном поле в случае $0 < \alpha < 90^o$ представляет собой винтовую линию.**

Если на движущийся электрический заряд кроме магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ действует и электрическое поле напряженностью $\vec{E}$, то результирующая сила:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\upsilon\vec{B}] \qquad (4.22)$$

Это выражение называется формулой Лоренца.

4.7 Эффект Холла

Эффектом Холла - называют возникновение в металле (или полупроводнике) с током, помещенном в магнитное поле, электрического поля в направлении перпендикулярном магнитному полю и направлению тока.

Поместим металлическую пластинку с током, плотность которого j, в магнитное поле B, перпендикулярное j (рис.4.9). При данном направлении j скорость носителей тока в металле — электронов — направлена справа налево.

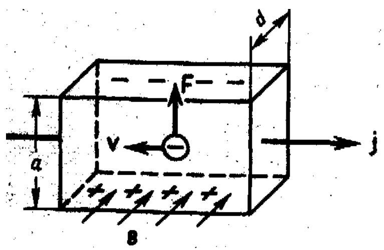

Рисунок 4.9

Электроны испытывают действие силы Лоренца, которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего — их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Когда напряженность E_B этого поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды будет уравновешивать силу Лоренца, то установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

$$eE_B = e\Delta\varphi / a = e\upsilon B, \qquad \text{или} \qquad \Delta\varphi = \upsilon Ba,$$

где a - ширина пластинки, $\Delta\varphi$ — *поперечная (холловская) разность потенциалов.* Учитывая, что сила тока выражается соотношением:

$$I = j\,S = n\,e\,\upsilon\,S,$$

где S — площадь поперечного сечения пластинки толщиной d, n — концентрация электронов, υ — средняя скорость упорядоченного движения электронов, для холловской разности потенциалов получим:

$$\Delta\varphi = \frac{I}{nead}Ba = \frac{1}{en}\cdot\frac{IB}{d} = R\frac{IB}{d} \qquad (4.23)$$

Холловская поперечная разность потенциалов прямо пропорциональна магнитной индукции B, силе тока I и обратно пропорциональна толщине пластинки a. В формуле R = 1/en постоянная Холла, зависящая от вещества. По измеренному значению постоянной Холла можно: определить концентрацию носителей тока в проводнике, судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока. Он также применяется в измерительной технике (датчики Холла), для умножения постоянного тока в аналоговых вычислительных машинах.

4.8 Закон полного тока для магнитного поля в вакууме

Аналогично циркуляции вектора напряженности электростатического поля введем циркуляцию вектора магнитной индукции. Циркуляцией вектора $\vec{B}$ по заданному замкнутому контуру L называется интеграл:

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl\,,$$

где $d\vec{l}$ — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура, $B_l = B\cos\alpha$ — составляющая вектора $\vec{B}$ в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода), α— угол между векторами $\vec{B}$ и $d\vec{l}$.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$): *циркуляция вектора индукции магнитного поля по произвольному замкнутому контуру в вакууме равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром*:

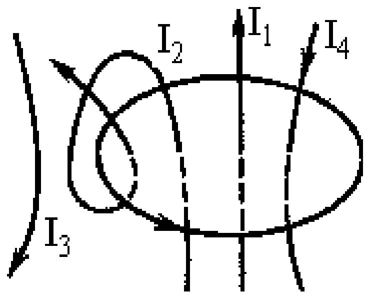

Рисунок 4.10

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^{n} I_k \qquad (4.24)$$

где n — число проводников с токами, охватываемых контуром L произвольной формы. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным. Например, для системы токов, изображенных на рис. 4.10, будем иметь:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = I_1 + 2I_2 - 0 \cdot I_3 - I_4$$

Выражение (4.24) справедливо только *для поля в вакууме,* поскольку, как будет показано ниже, для поля в веществе необходимо учитывать ещё и молекулярные токи.

Продемонстрируем справедливость теоремы о циркуляции вектора B на примере магнитного поля прямого тока I, перпендикулярного плоскости чертежа и направленного к вам (рис. 4.11). Представим себе замкнутый контур в виде окружности радиуса r. В каждой точке этого контура вектор $\vec{B}$ одинаков по модулю и направлен по касательной к окружности (она является и линией магнитной индукции). Следовательно, циркуляция вектора $\vec{B}$ равна:

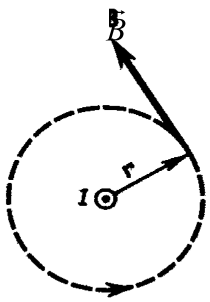

Рисунок 4.11

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \oint_L B_l dl = \oint_L B dl = B\oint_L dl = B \cdot 2\pi r$$

Согласно теореме о циркуляции магнитного поля в вакууме имеем:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \quad \text{и} \quad B = \mu_0 I / 2\pi r \qquad (4.25)$$

Таким образом, исходя из теоремы о циркуляции вектора $\vec{B}$, получили выражение для магнитной индукции поля прямого тока, выведенное ранее.

Сравнивая выражения для циркуляции векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$, видим, что между ними существует *принципиальное различие.* Циркуляция вектора $\vec{E}$ электростатического поля всегда равна нулю, т. е. электростатическое поле является *потенциальным.* Циркуляция вектора $\vec{B}$ магнитного поля не равна нулю. Это необходимое и достаточное условие *вихревого* характера поля.

Теорема о циркуляции вектора $\vec{B}$ имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как теорема Гаусса в электростатике, т.е. позволяет значительно упростить расчёт магнитных полей симметрично расположенных токов, не применения закона Био-

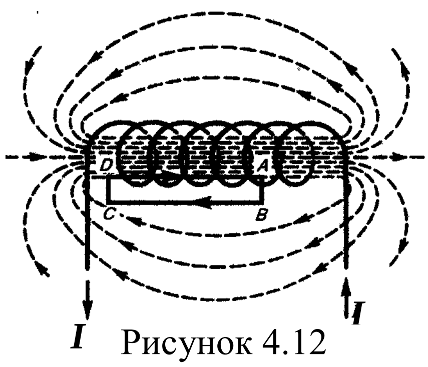

Рисунок 4.12

Савара-Лапласа, который зачастую приводит к сложным расчётам.

4.8.1 Магнитные поля соленоида и тороида

Рассчитаем, применяя теорему о циркуляции, индукцию магнитного поля внутри соленоида. Рассмотрим соленоид длиной l, имеющий N витков, по которому течет ток I (рис.4.12). Длину соленоида считаем во много раз больше, чем диаметр его витков, т. е. рассматриваемый соленоид бесконечно длинный. Экспериментальное изучение магнитного поля соленоида показывает, что внутри соленоида поле является однородным, вне соленоида — неоднородным и очень слабым. На рисунке 4.12 представлены линии магнитной индукции внутри и вне соленоида. Чем соленоид длиннее, тем меньше магнитная индукция вне его. Поэтому приближенно можно считать, что поле бесконечно длинного соленоида сосредоточено целиком внутри него, а полем вне соленоида можно пренебречь. Для нахождения магнитной индукции $\vec{B}$ выберем замкнутый прямоугольный контур ABCDA как показано на рисунке 4.12. Циркуляция вектора $\vec{B}$ по замкнутому контуру *ABCDA,* охватывающему все N витков, по закону полного тока равна:

$$\oint_{ABCDA} B_l\,dl = \mu_0 NI$$

Интеграл по контуру *ABCDA* можно представить в виде суммы четырех интегралов: по *AB, BC, CD* и *DA.* На участках *AB* и *CD* контур перпендикулярен линиям магнитной индукции и B_l =0.На участке вне соленоида B=0. На участке *DA* циркуляция вектора $\vec{B}$ равна Bl (контур совпадает с линией магнитной индукции); следовательно:

$$\oint_{ABCDA} B_l\,dl = \oint_{DA} B_l\,dl = Bl = \mu_0 NI \qquad (4.26)$$

Из формулы (4.26) приходим к выражению для магнитной индукции поля внутри соленоида (в вакууме):

$$B = \mu_0 NI/l = \mu_0 nI, \qquad (4.27)$$

где n – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

Напряжённость поля внутри соленоида, согласно формуле (4.1), определится по формуле:

$$H = nI \qquad (4.28)$$

Для поля в магнетике с магнитной проницаемостью μ индукция магнитного поля:

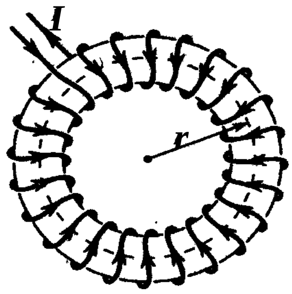

Рисунок 4.13

$$B = \mu_0 \mu nI. \qquad (4.29)$$

Получили, что поле внутри соленоида *однородно* (краевыми эффектами в областях, прилегающих к торцам соленоида, при расчетах пренебрегают). Однако отметим, что вывод формулы (4.27) не совсем корректен: линии магнитной индукции замкнуты; интеграл по внешнему участку магнитного поля строго нулю не равен 0. Корректно рассчитать поле внутри соленоида можно, применяя закон Био - Савара – Лапласа. В результате получится та же формула (4.27).

Важное значение для практики имеет также магнитное поле тороида — кольцевой катушки, витки которой намотаны на сердечник, имеющий форму тора (рис. 4.13). Магнитное поле, как показывает опыт, сосредоточено внутри тороида, вне его поле отсутствует.

Линии магнитной индукции в данном случае, как следует из соображений

симметрии, есть окружности, центры которых расположены по оси тороида. В качестве контура выберем одну такую окружность радиуса г. Тогда, по теореме о циркуляции вектора $\vec{B}$:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI,$$

откуда следует, что магнитная индукция внутри тороида в вакууме:

$$B = \mu_0 NI / 2\pi r = \mu_0 nI, \qquad (4.30)$$

где N— число витков тороида, n – число витков, приходящихся на единицу длины тороида. Формула (4.30) совпадает с формулой (4.29).

Если контур проходит вне тороида, то токов он не охватывает и $B \cdot 2\pi r = 0$. Это означает, что поле вне тороида отсутствует, что показывает и опыт.

4.9 Магнитный поток

Рассмотрим однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$. Представим себе в таком поле площадку dS, нормаль к которой $\vec{n}$ составляет угол α с линиями вектора $\vec{B}$ (рисунок 4.14). Элементарным потоком вектора магнитной индукции через площадку dS называется скалярная физическая величина dФ, определяемая формулой:

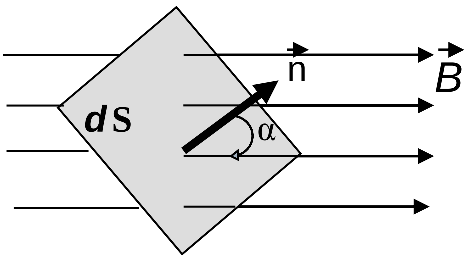

Рисунок 4.14

$$d\Phi = BdS\cos\alpha = (\vec{B}\, d\vec{S}). \qquad (4.31)$$

Знак магнитного потока зависит от выбора направления положительной нормали к площадке. Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали обычно принимают направление внешней нормали.

В общем случае (произвольное магнитное поле, произвольная поверхность) поток через площадь S определится выражением:

$$\Phi = \int \left(\vec{B}, d\vec{S}\right) = \int B dS cos\alpha \qquad (4.32)$$

В СИ единицей магнитного потока является 1 вебер (Вб). 1Вб = 1Тл·1 м^2.

Так как силовые линии магнитного поля прочерчиваются с такой густотой, чтобы число линий, пересекающих единицу поверхности, перпендикулярной к ним, было равно (или пропорционально) индукции магнитного поля в данном месте, то **графически магнитный поток через площадь S представляет собой число силовых линий, пронизывающих эту площадь.**

Магнитные силовые линии представляют собой замкнутые кривые, поэтому магнитный поток через замкнутую поверхность равен нулю (линии выходящие из области считаем положительными, входящие–отрицательными).

$$\int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B_n dS = 0 \qquad (4.33)$$

Это соотношение называется теоремой Гаусса для магнитного поля.

Если N контуров находятся в магнитном поле, то полный магнитный поток, пронизывающий все контуры, называется потокосцеплением Ψ:

$$\Psi = \sum_{i=1}^{N} \Phi_i$$

Для N одинаковых контуров, как в случае соленоида, потокосцепление равно:

$$\Psi = N\Phi.$$

4.10 Работа силы Ампера.

Рассмотрим проводник длиной l с током I, помещенный в однородное внешнее магнитное поле с индукцией B, перпендикулярной плоскости контура и направленной за плоскость чертежа. Сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение – по закону Ампера, равна:

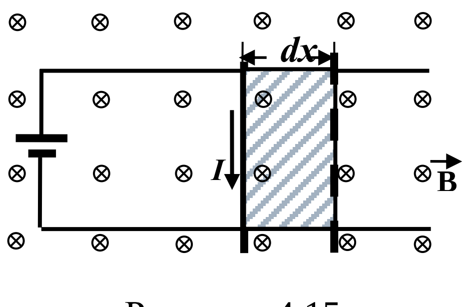

Рисунок 4.15

$$F = IBl.$$

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx (рис. 4.15). Работа, совершаемая магнитным полем, равна:

$$\delta A = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi,$$

так как $ldx = dS$ – площадь, пересекаемая проводником при его движении в магнитном поле, $BdS=d\Phi$ – поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом:

$$\delta A = I\, d\Phi \tag{4.34}$$

т.е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, **пересеченный** движущимся проводником. Если проводник перемещается на какое-либо конечное расстояние Δx, то совершаемая работа равна:

$$A = I\,\Delta\Phi \tag{4.35}$$

Следует отметить, что формула (4.35) справедлива для любых проводников с током, движущихся под действием силы Ампера в произвольном магнитном поле.

Можно показать, что, если *замкнутый контур с током* перемещается в неоднородном магнитном поле, то совершаемая при этом работа равна:

$$\delta A = I\, d\Phi$$

$$A = I\,\Delta\Phi \tag{4.36}$$

Формулы (4.36) по внешнему виду совпадают с формулами (4.34) и (4.35), однако, в отличие от них, $d\Phi$ и $\Delta\Phi$ в формулах (4.36) выражают **изменение** магнитного потока, пронизывающего контур с током.

4.11 ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

4.11.1 Явление электромагнитной индукции

В 1831 г. Фарадей показал, что меняющееся во времени магнитное поле сопровождается меняющимся электрическим полем. Это явление названо электромагнитной индукцией.

Опытные факты:

1. При любом изменении магнитного потока через катушку неизменной формы, замкнутой на гальванометр, последний регистрирует ток (во время изменения потока). Направление возбуждаемого (индукционного) тока зависит от знака изменения потока.
2. Если электромагнитная индукция вызывается перемещением какой-либо части установки, то важно лишь относительное перемещение.

3. Эффект выражен тем сильнее, чем быстрее меняется поле и чем больше витков имеет катушка.

4. При заполнении части пространства ферромагнетиком эффект возрастает, из чего следует, что эффект связан с индукцией *B* , а не с напряженностью *H*.

5. Если менять сопротивление контура, то наблюдаемый эффект уменьшается при увеличении *R*. Это позволяет считать , что суть явления заключается в создании электрического индукционного поля.

6. Если подсоединить приёмную катушку к электроскопу (цепь оказывается разомкнутой) и менять магнитный поток через катушку, то наблюдается отклонение указателя электроскопа, что свидетельствует о существовании индукционного процесса и в “разомкнутой” цепи.

<u>Вывод</u>: Во всех случаях при изменении магнитного потока наблюдается возникновение электрического поля напряженностью *E*. Циркуляция напряженности этого поля, взятая по используемому контуру L, определяется скоростью изменения магнитного потока *Ф*, пронизывающего площадь контура:

$$\mathcal{E} = \oint E dl = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int B dS \qquad (4.37)$$

Это соотношение называется законом Фарадея. Знак минус показывает, что увеличение потока ($d\Phi/dt > 0$) вызывает ЭДС $\mathcal{E}_i$ меньше нуля, т.е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку; уменьшение потока вызывает ЭДС индукции большую нуля, т.е. направление потока и поля индукционного тока совпадают.

Знак минус в формуле для ЭДС определяется правилом Ленца, выведенным в 1833 году.

Правило Ленца: *Индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.*

Значение индукционного тока совершенно не зависит от способа изменения потока магнитной индукции а определяется лишь скоростью его изменения. Если ЭДС индукции создается в замкнутом проводящем контуре с сопротивлением *R*, то в нем возникает сила тока, имеющая мгновенное значение $i = \mathcal{E}/R$ и полный заряд, протекающий по контуру за время изменения магнитного потока равен:

$$Q = \int_0^t i dt = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_0}^{\Phi} d\Phi = \frac{1}{R}(\Phi_0 - \Phi_K) \qquad (4.38)$$

4.11.2 Природа ЭДС электромагнитной индукции

1) Рассмотрим случай, когда провод движется в магнитном поле со скоростью v. Заряды, упорядоченно движущиеся в направлении вектора v, образуют конвекционный ток. Так как этот ток находится в магнитном поле, то на заряды действует сила Лоренца, направленная вдоль провода и порождающая в замкнутом проводящем контуре индукционный ток $I_{инд}$.

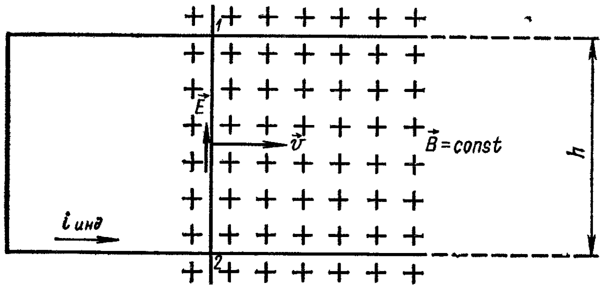

Рисунок 4.16

Следовательно, на участке контура длиной h, движущемся в магнитном поле (рис. 4.16), возникает индукционное электрическое поле напряженностью E, заставляющее заряды двигаться вдоль провода (в направлении стрелки, см. рис.4.16). Возникающая ЭДС индукции равна :

$$\mathcal{E}_i = Eh = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bhv \qquad (4.39)$$

2) Неподвижный контур в магнитном поле.
На неподвижные заряды сила Лоренца не действует. Чтобы объяснить причину возникновения ЭДС индукции, Максвелл предположил, что при всяком изменении магнитного поля в окружающем пространстве возникает индукционное электрическое поле, не связанное с электрическими зарядами. Силовые линии этого поля, в отличие от поля созданного зарядами, являются замкнутыми кривыми. Это поле, подобно магнитному полю, окружающему проводник с током имеет вихревой характер.

4.11.3 Вращение рамки в магнитном поле

Рассмотрим принцип действия генераторов на примере плоской рамки, вращающейся в магнитном поле. Предположим, что рамка вращается в однородном магнитном поле ($B = const$) равномерно с угловой скоростью $\omega = const$. Магнитный поток, сцепленный с рамкой площадью S, в любой момент времени t, равен $\Phi = B_n S = BS\cos\alpha = B s\cos\omega t$, где $\alpha = \omega t$ – угол поворота рамки в момент времени t (начало отсчета выбрано так, что при $t = 0$, $\alpha = 0$). При вращении рамки в ней будет возникать переменная ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin\omega t \qquad (4.40)$$

изменяющаяся со временем по гармоническому закону. ЭДС индукции максимальна при $\sin\omega t = 1$. $\mathcal{E}_{max} = BS\omega$ т.е $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{max}\sin\omega t$.

Если число витков в рамке равно N, то:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = NBS\omega \sin\omega t \qquad (4.41)$$

У нас принята стандартная частота тока ν = 50 Гц, и увеличивать ЭДС можно лишь увеличивая B и S. Для увеличения B применяются мощные постоянные магниты или в электромагнитах пропускают значительные токи, а также внутрь электромагнитов помещают материалы с большим μ. Увеличить S можно, если вращать несколько витков, соединенных последовательно. Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим. Если по рамке, помещенной в магнитное поле пропускать электрический ток, то на нее будет действовать вращающий момент и рамка начнет вращаться. На этом принципе основана работа электродвигателей.

4.11.4 Вихревые токи (токи Фуко)

Индукционный ток возникает не только в линейных проводниках, но и в массивных сплошных проводниках, помещенных в магнитное поле. Эти токи оказываются замкнутыми в толще проводника и поэтому называются вихревыми. Их также называют токами Фуко – по имени первого исследователя. В высокочастотных полях вихревые токи приводят к сильному разогреву массивных проводников, что применяется в, так называемой, высокочастотной плавке руды.

4.11.5 Индуктивность контура. Самоиндукция

Магнитный поток через контур прямо пропорционален силе тока в контуре:

$$\Phi = LI. \qquad (8.42)$$

Коэффициент пропорциональности L между силой тока I контуре и магнитным потоком Φ, создаваемым этим током, называются индуктивностью. Индуктивность зависит от размеров и формы проводника, от магнитных свойств среды, в которой находится проводник. За единицу индуктивности в Международной системе принимается генри (Гн):

$$L = \Phi/I; \qquad 1\ \text{Гн} = 1\ \text{Вб/А} = 1\ \text{В·с/А};$$

При изменении силы тока в катушке происходит изменение магнитного потока, создаваемого этим током, что вызывает появление ЭДС индукции. Явление возникновения ЭДС индукции в электрической цепи в результате изменения силы тока в этой цепи называется самоиндукцией. В соответствии с правилом Ленца ЭДС индукции препятствует нарастанию силы тока при включении и убывании силы тока при выключении цепи.

Рассчитаем индуктивность бесконечно длинного соленоида. Магнитный поток сквозь один виток соленоида площадью S равен $\Phi_1 = BS$. Полный магнитный поток, сцепленный со всеми витками соленоида (потокосцепление)

$$\Psi = \Phi_1 N = NBS = \mu_0\mu \frac{N^2 I}{l} S,$$

учитывая, что для катушки $\Psi = LI$, получаем:

$$L = \mu_0\mu \frac{N^2}{l} S = \mu_0\mu n^2 V, \qquad (4.43)$$

где n – число витков на единицу длины соленоида, $V= lS$ – объём соленоида.

Из закона Фарадея :

$$\mathcal{E}_S = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}).$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не меняется, то $L = \text{const}$ и:

$$\mathcal{E}_S = -L\frac{dI}{dt}, \qquad (4.44)$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению изменения силы тока в нем. Контур, обладающий индуктивностью, приобретает электрическую инерцию. Индуктивность – мера электромагнитной инерции контура: чем больше индуктивность контура, тем сильнее тормозятся в нём всякие изменения тока.

4.12 Энергия магнитного поля

При изменении тока в контуре на dI магнитный поток, сцепленный с контуром, меняется на величину $d\Phi$. Согласно формуле (42), имеем:

$$d\Phi = LdI.$$

При изменении магнитного потока совершается работа:

$$\delta A = I\,d\Phi = LI\,dI.$$

Если ток меняется от 0 до некоторого значения I, то работа по изменению магнитного потока будет равна:

$$A = \int \delta A = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}. \qquad (4.45)$$

При $I = 0$ магнитное поле вокруг проводника отсутствует; при возрастании тока от) до I возрастает и магнитное поле вокруг проводника. Следовательно, можно предположить, что работа по изменению магнитного потока идёт на увеличение энергии магнитного поля и численно равна ей:

$$A = W = \frac{LI^2}{2}. \qquad (4.46)$$

Таким образом, энергия магнитного поля контура с током прямо пропорциональна квадрату тока в этом контуре.

Определим плотность энергии магнитного поля, т.е. энергию, сосредоточенную в единице объёма. Для этого рассмотрим частный случай – однородное поле бесконечно длинного соленоида (полем вне соленоида можно пренебречь). Подставим в формулу (4.46) выражение (4.43). Кроме того, выразим силу тока через напряжённость поля в соленоиде (см. формулу (4.28)), в результате получим:

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V.$$

Из этой формулы:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} \qquad (4.47)$$

Таким образом, плотность энергии магнитного поля прямо пропорционально квадрату напряжённости поля и зависит от среды, в которой создаётся поле. Можно показать, что формула (4.47), выведенная для однородного поля соленоида, справедлива для любого магнитного поля.

4.13 Магнитные свойства вещества

4.13.1 Магнитные моменты электронов и атомов

Для качественного объяснения магнитных явлений с достаточным приближением можно считать, что электрон движется в атоме по круговым орбитам. Электрон, движущийся по одной из таких орбит, эквивалентен круговому току, поэтому он обладает <u>орби-</u>

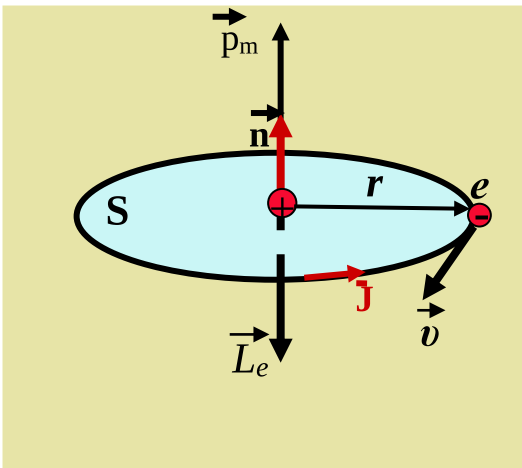

Рисунок 4.17

тальным магнитным моментом: $\vec{p}_m = IS\vec{n}$. $p_m = IS = e\nu S$, где $I = e\nu$ - сила тока, ν - частота вращения электрона по орбите, S -площадь орбиты (рис.4.17).

Движущийся по орбите электрон обладает механическим моментом импульса:

$$|\vec{L}_e| = L_e = m\upsilon r = m\cdot 2\pi\nu r = 2m\nu\pi r^2 = 2m\nu S,$$

где $\upsilon = 2\pi\nu r$, $\pi r^2 = S$, $\vec{L}_e$ - орбитальный механический момент электрона.

$$P_m = e\nu S;$$
$$L_e = 2m\nu S;$$
$$\vec{p}_m = -\frac{e}{2m}\vec{L}_e = g\vec{L}_e \ .$$

Знак минус показывает, что направления $\vec{p}_m$ и $\vec{L}_e$ противоположны.

$g = -\frac{e}{2m}$ называется гиромагнитным отношением орбитальных моментов. Опыты Эйнштейна и де Гааза , 1915 г показали, что гиромагнитное отношение оказалось в два раза больше = -e/m. Для объяснения этого результата было предположено, а затем доказано, что он обладает собственным механическим моментом импульса $\vec{L}_{eS}$, называемым спином. Спину электрона $\vec{L}_{eS}$ соответствует собственный (спиновый) магнитный момент $\vec{p}_{mS} = g_S\vec{L}_{eS}$. Величина g_S называется гиромагнитным отношением спиновых моментов.

Проекция собственного магнитного момента на направление вектора $\vec{B}$ может принимать только одно из следующих двух значений:

$$p_{mS,B} = \pm\frac{e\hbar}{2m} = \pm\mu_B \qquad (4.48)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h - постоянная Планка), μ_B - магнетон Бора, являющийся единицей магнитного момента электрона.

Общий магнитный момент атома (молекулы) $\vec{p}_a$ равен векторной сумме моментов (орбитальных и спиновых) входящих в атом (молекулу0 электронов:

$$\vec{p}_a = \Sigma\vec{p}_m + \Sigma\ \vec{p}_{mS} \cdot$$

Магнитные моменты ядер в тысячи раз меньше магнитных моментов электронов, поэтому ими пренебрегают.

4.13.2 Диа- и парамагнетизм

Всякое вещество является магнетиком, т.е. оно способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничивается).

Диамагнетиками называются вещества, магнитные моменты атомов (молекул) которых в отсутствие внешнего поля равны нулю, т.к. магнитные моменты всех электронов атома (молекулы) взаимно скомпенсированы. Таким свойством обладают, например, вещества, в атомах, молекулах или ионах которых имеются только целиком заполненные электронные слои.

Механизм: Включение внешнего магнитного поля приводит к нарастанию поля в объеме вещества., вследствие чего возникает индукционное электрическое поле. Оно воздействует на электроны, входящие в состав атомов, молекул или ионов вещества. В результате движение электронов изменяется. Это изменение приводит к возникновению дополнительных магнитных моментов, которые согласно правилу Ленца, направлены противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются диамагнетиками). При диамагнитном намагничивании вещество выталкивается из внешнего магнитного поля.

Предположим, что электрон в атоме движется по круговой орбите. Поместим атом в однородное магнитное поле, перпендикулярное к плоскости орбиты электрона, и будем постепенно увеличивать напряженность этого поля. При изменении магнитного поля. пронизывающего плоскость орбиты, в контуре возникает ЭДС индукции, которая по правилу Ленца будет создавать дополнительный магнитные момент Δp_m, направленный против внешнего магнитного поля. Это свойство атомных электронов - при внесении во внешнее магнитное поле создавать дополнительный магнитный момент, направленный против поля, носит название диамагнетизма.

В соответствии с правилом Ленца индукционные токи препятствуют изменению магнитного поля. При диамагнитном намагничивании это свойство проявляется в отталкивании диамагнетика от внешнего магнитного поля. Причиной диамагнитного намагничивания является возникновение индуцированных магнитных моментов ориентированных против внешнего магнитного поля.

У парамагнитных веществ при отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты электронов не компенсируют друг друга и атомы (молекулы) парамагнетиков всегда обладают магнитным моментом. Вследствие теплового движения молекул их магнитные моменты ориентированы беспорядочно, поэтому парамагнитные вещества магнитными свойствами не обладают. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле устанавливается преимущественная ориентация магнитных моментов атомов по полю. Т.о. парамагнетики намагничиваются, создавая собственное магнитное поле, совпадающее по направлению с внешним магнитным полем и усиливающее его. Это эффект называется парамагнитным.

При ослаблении внешнего магнитного поля до нуля ориентация магнитных моментов атомов вследствие теплового движения нарушается и парамагнетик размагничивается. Диамагнитный эффект наблюдается и в парамагнетиках, но он значительно слабее парамагнитного и поэтому остается незаметным.

Если расположить кусок парамагнитного вещества между полюсами магнита, то он намагничивается по полю, и возникающий на одном его конце полюс окажется возле южного полюса магнита и наоборот. Поскольку разноименные полюса притягиваются, парамагнитные вещества будут втягиваться в магнитное поле.

4.13.3 Намагниченность. Магнитное поле в веществе

Намагниченность- магнитный момент единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{V} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V}, \tag{4.49}$$

где $\vec{P}_m = \sum \vec{p}_a$ - магнитный момент магнетика, представляющий собой векторную сумму магнитных моментов отдельных молекул.

Магнитное поле в веществе складывается из двух полей: внешнего поля, создаваемого током и поля, создаваемого намагниченным веществом.

Вектор магнитной индукции результирующего магнитного поля в магнетике равен векторной сумме магнитных индукций внешнего поля $\vec{B}_o$ (поля, создаваемого намагничивающим током в вакууме) и поля микротоков $\vec{B}'$ (поля, создаваемого молекулярными токами):

$$\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}'. \tag{4.50}$$

Для описания поля, создаваемого молекулярными токами, рассмотрим магнетик в виде кругового цилиндра сечения S и длины l, внесенного в однородное внешнее магнитное поле с индукцией $\vec{B}_o$. Возникающее в магнетике магнитное поле молекулярных токов будет направлено противоположно внешнему полю для диамагнетиков и совпадать с ним по направлению для парамагнетиков. Плоскости всех молекулярных токов расположатся перпендикулярно вектору $\vec{B}_o$, так как векторы их магнитных моментов $\vec{p}_m$ антипараллельны вектору $\vec{B}_o$ (для диамагнетиков) и параллельны $\vec{B}_o$ (для парамагнетиков). Если рассмотреть любое сечение цилиндра, перпендикулярное его оси, то во внутренних участках сечения магнетика молекулярные токи соседних атомов направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются (рис. 4.18).

Не скомпенсированными будут лишь молекулярные токи, выходящие на боковую поверхность цилиндра. Ток, текущий по боковой поверхности цилиндра, подобен току в соленоиде и создает внутри него поле, магнитную индукцию $\vec{B}'$ которого можно вычислить, учитывая по формуле для соленоида, для N= I (соленоид из одного витка):

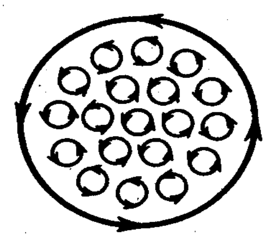

Рисунок 4.18

$$B' = \mu_0 I'/l \qquad (4.51)$$

где I' — сила молекулярного тока, l - длина рассматриваемого цилиндра, а магнитная проницаемость μ принята равной единице.

С другой стороны, I'/l - ток, приходящийся на единицу длины цилиндра, или его линейная плотность, поэтому магнитный момент этого тока

$$p = I'lS/l = I'V/l\ ,$$

где V—объем магнетика. Если P - магнитный момент магнетика объемом V, то намагниченность магнетика

$$J = P/V = I'/l. \qquad (4.52)$$

Сопоставляя (4.51) и (4.52), получим, что

$$B' = \mu_0 J,$$

или в векторной форме

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J} \qquad (4.53)$$

Подставив выражения для $\vec{B}_o$ и $\vec{B}'$ в (4.50), получим:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}), \qquad (4.54)$$

или

$$\frac{\vec{B}}{\mu_o} = \vec{H} + \vec{J}\,.$$

Как показывает опыт, в несильных полях намагниченность прямо пропорциональна напряженности поля, вызывающего намагничение, т. е.

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \qquad (4.55)$$

где χ - безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества. Для диамагнетиков χ отрицательна (поле молекулярных токов противоположно внешнему), для парамагнетиков — положительна (поле молекулярных токов совпадает с внешним).

Используя формулу (4.55), выражение (4.54) можно записать в виде:

$$\vec{B} = \mu_0(1+\chi)\vec{H}, \qquad (4.56)$$

откуда

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o(1+\chi)};$$

$$\mu = 1+\chi. \qquad (4.57)$$

Безразмерная величина μ представляет собой магнитную проницаемость вещества. Подставив (4.57) в (4.56), придем к соотношению $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, которое ранее постулировалось.

Так как абсолютное значение магнитной восприимчивости для диа- и парамагнетиков очень мало (порядка 10^{-4} –10^{-6}), то для них μ незначительно отличается от единицы. Это просто понять, так как магнитное поле молекулярных токов значительно слабее намагничивающего поля. Таким образом, для диамагнетиков $\chi<1$ и $\mu< 1$, для парамагнетиков $\chi >0$ и $\mu > 1$.

Закон полного тока для магнитного поля в веществе (теорема о циркуляции вектора B) имеет вид:

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \oint B_l\,dl = \mu_0(I+I'), \qquad (4.58)$$

где I и I' - соответственно алгебраические суммы макротоков (токов проводимости) и микротоков (молекулярных токов), охватываемых произвольным замкнутым контуром L. Таким образом, циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости и молекулярных токов, охватываемых этим контуром, умноженной на магнитную постоянную. Вектор B, таким образом, характеризует результирующее поле, созданное как макроскопическими токами в проводниках (токами проводимости), так и микроскопическими токами в магнетиках, поэтому линии вектора магнитной индукции B не имеют источников и являются замкнутыми.

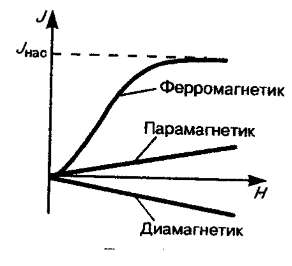

Рисунок 4.19

4.13.4 Ферромагнетики и их свойства

Кроме диа- и парамагнетиков, называемых слабомагнитными веществами, существуют сильномагнитные вещества – ферромагнетики, которые обладают спонтанной намагниченностью, т.е. они намагничены даже при отсутствии внешнего поля. (Железо, кобальт, никель, гадолиний). Если для слабомагнитных веществ зависимость намагниченности $\vec{J}$ от напряженности магнитного поля $\vec{H}$ линейна, (см. рис. 4.19), то для ферромагнетиков эта зависимость является довольно сложной. По мере увеличения намагничивающего поля увеличи-

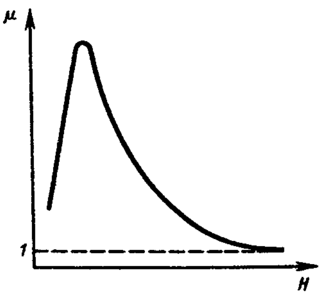

Рисунок 4.20

вается степень ориентации молекулярных магнитных моментов по полю, но когда все моменты ориентированы по полю, дальнейшее увеличение j прекращается и наступает магнитное насыщение.

Существенная особенность ферромагнетиков не только большое значение μ (для железа 5000, супермаллой -800 000, (79%Ni+5%Mo+16%Fe) но и зависимость μ от $\vec{H}$.

Магнитная индукция $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{j})$ в слабых полях растет быстро при увеличении $\vec{H}$ вследствие возрастания $\vec{J}$, а в сильных полях $\vec{B}$ растет с увеличением $\vec{H}$ по линейному закону:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = 1 + \frac{j}{H},$$

поэтому при $j = j_{нас} = const$ с ростом H отношение $j/H \to 0$, а $\mu \to 1$.

Характерная особенность ферромагнетиков состоит в том, что для них зависимость $\vec{J}$ от $\vec{H}$ (а следовательно, в $\vec{B}$ от $\vec{H}$) определяется предысторией намагничения ферромагнетика. Это явление получало название **магнитного гистерезиса.** Если намагнитить ферромагнетик до насыщения (точка 7, рис.4.21), а затем начать уменьшать напряженность $\vec{H}$ намагничивающего поля, то, как показывает опыт, уменьшение $\vec{J}$ описывается кривой 1—2, лежащей выше кривой 1- 0. При $\vec{H} = 0$ $\vec{J}$ отличается от нуля, т. е. в ферромагнетике наблюдается **остаточная намагниченность** $J_{ос}$. С наличием остаточной намагниченности связано существование постоянных магнитов.

Намагничение обращается в нуль под действием поля напряженностью H_c, имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничение. H_c называется коэрцитивной силой.

При дальнейшем увеличении поля в противоположном направлении ферромагнетик перемагничивается (кривая 3—4), и при $H=-H_{нас}$ достигается насыщение (точка 4). Затем ферромагнетик можно опять размагнитить (кривая 4—5—6) и вновь перемагнитить до насыщения (кривая 6—7).

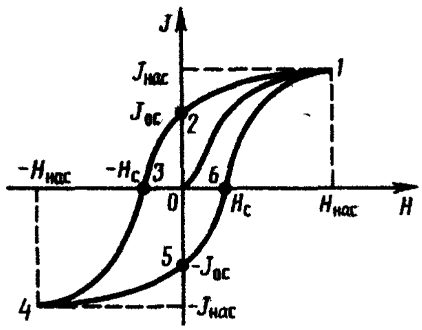

Рисунок 4.21

Таким образом, при действии на ферромагнетик переменного магнитного поля намагниченность $\vec{J}$ изменяется в соответствии с кривой 1-2-3-4-5-6-1, которая называется петлей гистерезиса (от греч. «запаздывание»). Гистерезис приводит к тому, что намагничивание ферромагнетика не является однозначной функцией *H*, т. е. одному и тому же значению *H* соответствует несколько значений J. Если намагнитить ферромагнетик до насыщения

При $H = 0$, $J = J_{ост}$ – остаточная намагниченность. С наличием остаточной намагниченности связано существование постоянных магнитов. Т.о. намагничение ферромагнетика не является однозначной функцией *H*, т.е. одному и тому же значению *H* соответствует несколько значений *J*. Ферромагнетики с малой (~100 А/м) коэрцитивной силой H_C (с узкой петлей гистерезиса) называются мягкими. С большой (от нескольких тысяч до нескольких сотен тысяч А/м) коэрцитивной силой (широкой петлей гистерезиса) - жесткими. Жесткие ферромагнетики (углеродистые и вольфрамовые стали) применяются для изготовления постоянных магнитов, а мягкие для изготовления сердечников трансформаторов.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, называемая точкой Кюри, при которой он теряет свои свойства. Переход вещества из ферромагнитного состояния в парамагнитное, происходящий в точке Кюри, не сопровождается поглощением или выделением теплоты, т.е. в точке Кюри происходит фазовый переход второго рода. (Для железа T_K = 770^{0}С, 78% пермаллой (22%Fe+78%Ni) T_K =550 ^{0}С, никель - 360^{0}С, 30% пермаллой - 70^{0}С).

Процесс намагничения ферромагнетиков сопровождается изменением их линейных размеров и объема. Это явление получило название магнитострикции.

4.13.4.1 Природа ферромагнетизма

Французский физик Вейсс ввел гипотезу, согласно которой ферромагнетик при температуре ниже точки Кюри разбивается на большой число макроскопических областей - доменов, самопроизвольно намагниченных до насыщения. Размер доменов от 10^{-6} до 10^{-8} см^3, они содержат до 10^{15} ионов. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты отдельных доменов ориентированы хаотически и компенсируют друг друга. Поэтому поликристалл в целом не намагничен. Возможное расположение доменов в не намагниченном образце схематически показано на рисунке 4.22, *а.* При наложении на образец внешнего магнитного поля (рис. 4.22, б) часть доменов оказывается в энергетически выгодном состоянии: их магнитные моменты параллельны индукции поля. Взаимодействие с теми соседними доменами, намагничение которых также близко по направлению к направлению индукции внешнего поля, приводит к частичной перестройке спинов у границ доменов, и «благоприятно намагниченный» домен растет за счет соседа (смещение границ). Этот процесс носит микроскопически скачкообразный характер. При увеличении индукции внешнего поля намагничение возрастает.

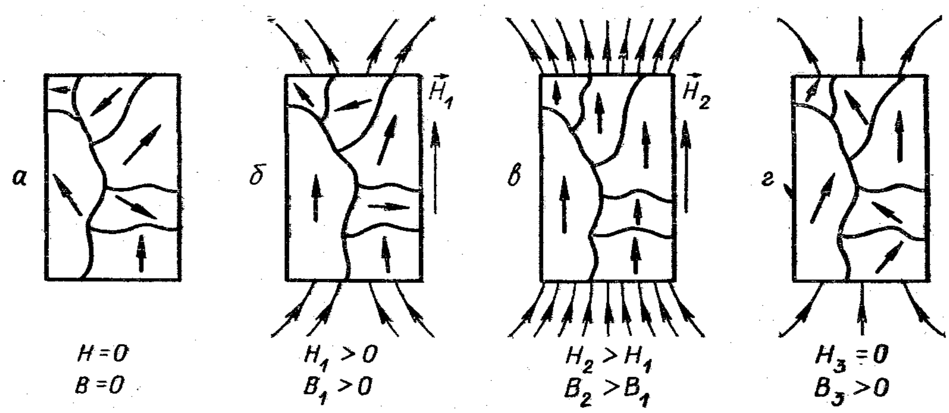

Рисунок 4.22

Возникающее в окружающем пространстве магнитное поле, порожденное намагниченным образцом, обладает энергией. Эта энергия сообщается намагничивающим полем в процессе первоначального намагничения (рис. 4.22,б).

В верхней части кривой намагничения при приближении к насыщению образца возникает новый механизм намагничения — часть доменов сразу перемагничивается целиком (поворот намагничения).

В атомах ферромагнитных элементов магнитные моменты атомов по порядку величины такие же, как у атомов парамагнитных элементов. Поэтому объяснить ферромагнетизм так же, как мы объясняли парамагнетизм нельзя. Магнитные свойства ферромагнетиков определяются спиновыми магнитными моментами электронов. Обычно в атоме спиновые моменты электронов попарно компенсируют друг друга, следовательно, ферромагнитными могут быть лишь те элементы, атомы которых имеют не скомпенсированные спины. При определенных условиях в кристаллах могут возникать силы (обменные) которые заставляют магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу, при этом потенциальная энергия кристалла становится минимальной и он находится в устойчивом равновесии.

4.14 Ток смещения

При изучении электростатического поля, создаваемого неподвижными зарядами, было показано, что для них циркуляция вектора напряженности электростатического поля:

$$\oint_L (\vec{E}d\vec{l}) = \oint_L E_l dl = 0$$

Из обращения в нуль циркуляции вектора **E** следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми, они начинаются на положительных и кончаются на отрицательных зарядах.

По Максвеллу, изменяющееся во времени магнитное поле порождает электрическое поле E_B циркуляция которого

$$\oint_L (\vec{E}_B d\vec{l}) = \oint_L E_{Bl}\, dl = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где E_{Bl} - проекция вектора $\vec{E}_B$ на направление $d\vec{l}$. Т.е. циркуляция вектора $\vec{E}_B$ не равна нулю. Следовательно, электрическое поле $\vec{E}_B$, возбуждаемое магнитным полем, как и само магнитное поле, является вихревым.

Если всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве вихревое электрическое поле, то должно существовать и обратное явление: всякое изменение электрического поля должно вызывать появление в окружающем пространстве вихревого магнитного поля.

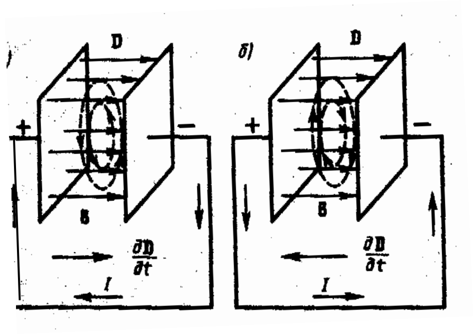

Рисунок 4.23

Рассмотрим цепь электрического тока, содержащую конденсатор (рис. 4.23).По Максвеллу, переменное электрическое поле в конденсаторе в каждый момент времени создает такое магнитное поде, как если бы между обкладками конденсатора существовал ток, равный току в подводящих проводах, этот ток был назван током смещения. Т.е. $I_{см} = I$.

Ток проводимости вблизи обкладок конденсатора

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\int_S \sigma dS = \frac{d}{dt}\int_S D_n dS = \frac{d}{dt}\int_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_S \frac{\partial\vec{D}}{dt}\cdot d\vec{S} \qquad (4.59)$$

т.к. поверхностная плотность заряда σ на обкладках равна электрическому смещению D в конденсаторе. Учитывая что $I = \int_S \vec{j} d\vec{S}$, а $I_{см} = \int_S \vec{j} d\vec{S}$ имеем:

$$j_{см} = \frac{\partial D}{\partial t}. \qquad (4.60)$$

Рассмотрим, каково же направление векторов плотностей токов проводимости и смещения j и $j_{см}$.

При зарядке конденсатора (рис. 4.23, а) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от правой обкладки к левой; поле в конденсаторе усиливается; следовательно, вектор $\vec{D}$ растет со временем $\frac{\partial D}{\partial t} > 0$ и $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ направлен в ту же сторону, что и $\vec{D}$ и направления $\vec{j}$ и $\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$ совпадают.

При разрядке конденсатора (рис. 4.23, б) через проводник, соединяющий обкладки, ток течет от левой обкладки к правой; поле в конденсаторе ослабляется; следовательно, $\frac{\partial D}{\partial t}$ <0, т. е вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ - направлен противоположно вектору $\vec{D}$. Однако вектор $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ направлен опять так же, как в вектор $\vec{D}$. Из разобранных примеров следует, что направление вектора j, а следовательно, и вектора $\boldsymbol{j}_{см}$ совпадает с направлением вектора $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$, как это и следует из формулы (4.60).

Подчеркнем, что из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения лишь одно — способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле. Таким образом, ток смещения (в вакууме или веществе) создает в окружающем пространстве магнитное воле В диэлектриках ток смещения состоит из двух слагаемых. Так как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

где $\vec{E}$—напряженность электростатического поля, а $\vec{P}$—поляризованность. Плотность тока смещения

$$j_{см} = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t}, \qquad (4.61)$$

где $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ - плотность тока смещения в вакууме. $\frac{\partial P}{\partial t}$ - плотность тока поляризации - тока, обусловленного упорядоченным движением электрических зарядов в диэлектрике (смещение зарядов в неполяриых молекулах или поворот диполей в полярных молекулах). Возбуждение магнитного поля токами поляризации правомерно, так токи поляризации по своей природе не отличаются от токов проводимости. Однако, то что и другая часть плотности тока смещения - $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, не связанная с движением зарядов, а обусловленная *только* изменением электрического поля во времени, также возбуждает магнитное поле, является *принципиально новым утверждением* Максвелла. Даже в вакууме всякое изменение во времени электрического поля приводит к возникновению в окружающем пространстве магнитного поля. Следует отметить, что название «ток смещения» является условным, а точнее исторически сложившимся, так как ток смещения по своей сути - это изменяющееся со временем электрическое поле. Поэтому ток смещения существует не только в вакууме или диэлектриках, но и внутри проводников, по которым проходит переменный ток.

Максвелл ввел понятие полного тока, равного сумме токов проводимости и смещения:

$$j_{полн} = j + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Максвелл обобщил также теорему о циркуляции вектора H:

$$\int_L \vec{H}d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})d\vec{S} \qquad (4.62)$$

Согласно выражению (4.62), вихревое магнитное поле создаётся не только токами проводимости, но и переменным электрическим полем.